V5-06: Exploração Adicional dos Polinômios

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é a exploração daquelas propriedades dos polinômios de Legendre que dependem do fato de que eles formam uma base ortogonal.

Tópicos Essenciais:

Comentários sobre algumas propriedades algébricas de polinômios e a sua relação com o produto escalar e a ortogonalidade.

Expansão na base de Legendre das derivadas dos próprios polinômios de Legendre.

Dedução de limites superiores e inferiores para as derivadas dos polinômios de Legendre.

Discussão das propriedades dos zeros (ou raízes) dos polinômios de Legendre.

Demonstração de que o polinômio $P_n(\chi)$ tem exatamente n zeros distintos estritamente dentro do intervalo $[-1, 1]$.

Dedução da expansão de potências simples na base dos polinômios de Legendre; uso de uma fórmula básica de integração.

Demonstrações:

Demonstração de que $P_n(\chi)$ tem exatamente n raízes simples no intervalo $[-1, 1]$.