V5-05: Ortogonalidade, Normalização e Completicidade

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é a introdução e discussão da estrutura de base ortogonal completa para o conjunto dos polinômios de Legendre.

Tópicos Essenciais:

Produto escalar para os polinômios de Legendre: indução a partir de geometria subjacente.

Dedução das relações de ortogonalidade entre os elementos da base, diretamente a partir da equação diferencial.

Cálculo da norma das funções da base a partir da função geratriz dos polinômios de Legendre.

Dedução da base de Legendre a partir da base de Taylor, por meio de um processo de ortogonalização.

Comentário sobre a completicidade da base no âmbito restrito das funções analíticas.

Demonstração rigorosa da completicidade da base de Legendre, com base na completicidade da base de Fourier.

Formulação da expansão de Fourier-Legendre de uma função qualquer; dedução da fórmula para os coeficientes da expansão.

Comentários sobre as limitações do espaço de funções gerado pela base de Legendre, e sobre a convergência no caso de funções descontínuas.

Demonstrações:

Demonstração de completicidade da base de Legendre.