V4-12: Funções de Bessel de Segunda Espécie

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é introduzir um estudo ainda parcial das funções de Bessel de segunda espécie, incluindo um estudo da natureza das singularidades e a obtenção de uma representação algorítmica.

Tópicos Essenciais:

Discussão da necessidade das funções de segunda espécie; problemas do tipo externo; problemas com domínio finito, em cascas cilíndricas e esféricas.

Estratégia de estudo: determinação de $Y_0(\xi)$ e $Y_1(\xi)$, com o subsequente uso da fórmula de recorrência; o mesmo para o caso esférico.

Demonstração de que $Y_0(\xi)$ não pode ser regular em todo lugar exceto pela origem, e ter apenas um polo na origem.

Tentativa de fatoração de uma singularidade logarítmica em $Y_0(\xi)$; decomposição da solução em uma parte regular $F(\xi)$ e uma parte singular envolvendo uma função regular $G(\xi)$.

Determinação de novas equações para as partes regular e singular; identificação da função $G(\xi)$ envolvida na parte singular como uma função de Bessel de primeira espécie.

Determinação da parte regular $F(\xi)$; identificação da equação para $F(\xi)$ como uma equação de Bessel não-homogênea, com um termo não-homogêneo determinado por $G(\xi)$.

Resolução para $F(\xi)$ pelo método de Frobenius; relação de recorrência aditiva, em vez de multiplicativa; resolução da relação de recorrência.

Discussão da convergência da série resultante para $F(\xi)$; majoração dos coeficientes para permitir o uso do critério da razão; estudo dos limites envolvidos.

Determinação de $Y_1(\xi)$; formato padronizado das soluções; uso da fórmula de recorrência.