V4-03: Condução Transversal de Calor no Cilindro

SINOPSE

Pontos Centrais:

Discussão completa de um problema de condução estacionária de calor em coordenadas cilíndricas.

Tópicos Essenciais:

Problemas de relaxação térmica com condições de contorno não-homogêneas, levando a estados de condução estacionária de calor; estudo deste tipo de problema preliminar.

Condução estacionária de calor só é possível com dependências angulares, logo vamos do caso $n = 0$ para o caso geral com $n \geq 0$.

Problema específico no cilindro infinito; o Laplaciano em coordenadas cilíndricas, no caso em que não há dependências com z.

Deslocamento de $u(r, \theta)$, levando a condições de contorno simétricas; onda quadrada em θ.

Separação de variáveis; constante de separação $\mu \geq 0$.

Equação para $\Theta(\theta)$, deve ser harmônica e elíptica, fazemos $\mu = n^2$, com n inteiro; série de Fourier em θ.

Equação para $R(r)$, homogeneidade por potências; solução geral no caso $n = 0$; solução geral no caso $n > 0$.

Produto escalar de Fourier, solução final do problema para o caso da onda quadrada em $r = r_0$, com uma série de Fourier-Taylor; convergência da série para $r = r_0$ e para $r < r_0$.

Fluxo de calor, campo vetorial $\vec{\jmath}(r, \theta)$ escrito na base vetorial de $\hat{r}$ e $\hat{\theta}$; análogo ao campo $\vec{E}$ da eletrostática.

Convergência da série de $\vec{\jmath}(r, \theta)$ para $r = r_0$ e para $r < r_0$; versão regularizada do problema.

Solução exata em forma fechada para $\vec{\jmath}(r, \theta)$; análise das singularidades através do limite $r \to r_0$; ortogonalidade do campo vetorial à superfície externa do cilindro.

Variáveis complexas, funções analíticas e a solução exata para a temperatura.