V3-09: A Onipresença do Laplaciano

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é estudar em detalhe o operador Laplaciano, em especial em coordenadas cartesianas, bem como ilustrar de forma física e intuitiva o significado da equação de Laplace.

Tópicos Essenciais:

Definição do operador Laplaciano em coordenadas cartesianas; funções harmônicas.

Autovetores e autovalores; a base de Fourier é uma base de autofunções do Laplaciano; bases elípticas e hiperbólicas.

Definição do operador Laplaciano em coordenadas curvilíneas ortogonais; a transformação de coordenadas como uma matriz de rotação.

Forma mais geral do gradiente; formulação do Laplaciano em termos dos versores das coordenadas.

Formulação mais geral, em termos de coordenadas curvilíneas; exemplos: o Laplaciano em coordenadas polares, cilíndricas e esféricas.

Versão discreta do Laplaciano, em uma rede, em uma e duas dimensões; representação matricial em uma dimensão; generalização para dimensões maiores e indexação.

Autovetores e autovalores do Laplaciano na rede; caso discreto e caso contínuo; cálculo dos autovalores.

A operador de Laplace em uma rede discreta; representação de derivadas e de segundas derivadas na rede.

A equação de Laplace em uma rede discreta: ausência de máximos ou mínimos internos; o método de relaxação.

Método numérico de solução; cadeia de Markov; refinamento da rede; correlações de longo alcance; o método de "checkerboarding".

Exemplos:

Cálculo do Laplaciano em coordenadas polares, cilíndricas e esféricas.