V2-09: Uma Demonstração de Convergência

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é apresentar e demonstrar o critério de convergência de monotonicidade, e algumas de suas extensões.

Tópicos Essenciais:

Representação das séries e da convergência no plano complexo; séries complexas com coeficientes reais.

Processos geométrico e aritmético de cálculo do centro C_n; caso no qual a_k é monotonicamente decrescente para zero.

Demonstração de que a série C_∞ converge para o mesmo limite que a série S_∞.

Construção da série C_∞ e demonstração de que ela é de fato absolutamente convergente.

Análise da continuidade da função limite, partindo do fato de que C_∞ é também uniformemente convergente.

Dedução do comportamento de convergência nos pontos especiais das séries reais de cossenos e de senos.

Dedução de séries reais que são absoluta e uniformemente convergentes para os limites das séries de cossenos e de senos.

Extensão do resultado para alguns outros casos simples de interesse; comentários sobre outras extensões.

Epílogo: demonstração rigorosa usando o critério de convergência das sequências de Cauchy.

Demonstrações:

Demonstração de convergência de séries de Fourier com coeficientes monotônicos.