V2-06: Questões de Representação e Convergência

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é introduzir a discussão das questões de convergência, bem como as duas formas de se abordar este assunto.

Tópicos Essenciais:

De somas finitas para séries, representabilidade das funções no contínuo e a questão de convergência das séries; necessidade de se diferenciar e integral as séries termo-a-termo.

Caracterização de convergência; definições de convergência ponto-a-ponto, de convergência absoluta e de convergência uniforme; necessidade de convergência uniforme.

Definição de função de variação limitada; derivada alternativa quadraticamente integrável; teoremas básicos de convergência da abordagem tradicional.

Convergência e convergência absoluta em termos dos coeficientes; necessidade de que os coeficientes tendam a zero; dependências características com as potências inversas de k.

Demonstração de que convergência absoluta implica em convergência uniforme; convergência absoluta em termos de limitação da série por integrais.

Derivação e integração termo-a-termo; integração por partes nos coeficientes e demonstração de que a diferenciação e integração termo-a-termo produz as séries da derivada e da integral.

Resumo da situação; convergência para a média dos limites laterais; integração e diferenciação; relação entre séries e funções, convergência uniforme e continuidade das funções.

Comentários sobre a aplicação das ideias à versão real da série; exemplo da onda quadrada e demonstração da convergência para a média dos limites laterais no caso geral.

Demonstrações:

Demonstração de que para séries de Fourier convergência absoluta implica em convergência uniforme.

Demonstração de que a diferenciação e integração termo-a-termo produz as séries da derivada e da integral.

Demonstração da convergência para a média dos limites laterais no caso geral.

Exemplos:

Cálculo da série da onda quadrada.