V2-01: Harmonias Analíticas na Rede

SINOPSE

Pontos Centrais:

Um ponto central é introduzir a rede e conceitos associados, levando até a base discreta de Fourier e suas propriedades fundamentais.

Outro ponto central é determinar a natureza e limitações das funções que são representáveis como limites para o contínuo a partir da rede.

Tópicos Essenciais:

Conceitos de vetores e espaços vetoriais; as funções $(z - z_0)^n$, para n inteiro não-negativo, como uma base das funções analíticas em torno de z_0; representação de funções nesta base; espaço vetorial de dimensão infinita.

Novo conjunto e funções a considerar: funções reais em um intervalo fechado, ou equivalentemente funções reais periódicas; imposição de condições muito mais fracas sobre estas funções.

Rede discreta periódica; coordenadas de posição na rede, dimensionais e adimensionais; representação de funções através de amostragens regulares, no espírito da integral de Riemann.

Limite do contínuo a partir da rede; o limite $N \to \infty$ não é necessariamente o limite do contínuo em si; limite para um subconjunto que não é completo mas que é denso na reta real.

Representabilidade de funções reais na rede; exemplos patológicos; definição de representabilidade na rede; mais exemplos patológicos; representabilidade uniforme na rede.

Introdução de certas fases complexas; construção da base de Fourier em sua forma complexa; periodicidade das funções da base, tanto em n quanto em k.

Coordenadas dimensionais e adimensionais de momento; definição de intervalos padrão para a coordenada k.

Introdução de um produto escalar; construção e demonstração das propriedades de ortogonalidade e de completicidade da base.

Demonstrações:

Demonstrações de ortogonalidade e de completicidade da base discreta de Fourier.

Exemplos:

Exemplos de funções reais patológicas, que não são representáveis através da rede.