V1-13: Demonstrações e Critérios de Convergência

SINOPSE

Pontos Centrais:

Um ponto central é apresentar as demonstrações dos principais teoremas relativos a séries de potências.

Outro ponto central é estabelecer o critério da razão e aplicar este critério ao caso das séries de potências.

Tópicos Essenciais:

Revisão dos vários critérios de convergência e da significância do critério de convergência uniforme.

Demonstração do primeiro teorema: uma série de potências convergente em dois pontos é absolutamente convergente em um disco.

Demonstração do segundo teorema: uma série de potências absolutamente convergente em um disco aberto é uniformemente convergente em um subdisco fechado.

Manutenção da convergência uniforme por diferenciação e integração termo-a-termo de uma série de potências.

O critério da razão para a convergência de séries; discussão de um exemplo simples; estabelecimento do critério como necessário e suficiente para séries de potências.

Epílogo: uso do critério da razão para uma discussão da relação entre convergência uniforme, diferenciabilidade termo-a-termo e integrabilidade termo-a-termo.

Demonstrações:

Demonstração do primeiro teorema descrito acima.

Demonstração do segundo teorema descrito acima.

Demonstração do critério da razão.

Exemplos:

A série de Maclaurin da exponencial.