V1-09: Derivadas e Integrais Complexas

SINOPSE

Pontos Centrais:

O ponto central é a introdução da fórmula integral de Cauchy e das suas generalizações.

Tópicos Essenciais:

Revisão dos conceitos de integração, primitiva e analiticidade, e do teorema de Cauchy-Goursat.

A integral de potências z^n sobre circuitos fechados e o caso especial $n = -1$; extensão para o caso $(z - z_0)^n$; interpretação geométrica dos resultados.

Construção e demonstração da fórmula integral de Cauchy; interpretação do significado desta fórmula para $f(z)$.

Extensão da fórmula integral de Cauchy para a primeira derivada e para as derivadas superiores; demonstração dos casos da primeira e segunda derivadas.

Demonstração de que a derivada de uma função analítica é sempre analítica, sem a necessidade de hipóteses adicionais.

Revisão da demonstração de que a primitiva de uma função analítica é sempre analítica, e demonstração do teorema de Morera, que é o inverso do teorema de Cauchy.

Comentários finais sobre a relação entre diferenciação e integração no caso de funções analíticas.

Demonstrações:

Demonstração da fórmula integral de Cauchy para a função e para as suas primeira e segunda derivadas.

Demonstração completa de que a derivada de uma função analítica é analítica.

Demonstração do teorema de Morera.

Exemplos:

Cálculo das integrais de potências z^n com qualquer n inteiro, em circuitos em torno da origem.