

## V1-09: Derivadas e Integrais Complexas

### SINOPSE

#### **Pontos Centrais:**

O ponto central é a introdução da fórmula integral de Cauchy e das suas generalizações.

#### **Tópicos Essenciais:**

Revisão dos conceitos de integração, primitiva e analiticidade, e do teorema de Cauchy-Goursat.

A integral de potências  $z^n$  sobre circuitos fechados e o caso especial  $n = -1$ ; extensão para o caso  $(z - z_0)^n$ ; interpretação geométrica dos resultados.

Construção e demonstração da fórmula integral de Cauchy; interpretação do significado desta fórmula para  $f(z)$ .

Extensão da fórmula integral de Cauchy para a primeira derivada e para as derivadas superiores; demonstração dos casos da primeira e segunda derivadas.

Demonstração de que a derivada de uma função analítica é sempre analítica, sem a necessidade de hipóteses adicionais.

Revisão da demonstração de que a primitiva de uma função analítica é sempre analítica, e demonstração do teorema de Morera, que é o inverso do teorema de Cauchy.

Comentários finais sobre a relação entre diferenciação e integração no caso de funções analíticas.

#### **Demonstrações:**

Demonstração da fórmula integral de Cauchy para a função e para as suas primeira e segunda derivadas.

Demonstração completa de que a derivada de uma função analítica é analítica.

Demonstração do teorema de Morera.

#### **Exemplos:**

Cálculo das integrais de potências  $z^n$  com qualquer  $n$  inteiro, em circuitos em torno da origem.