V1-04: Funções Ainda Menos Elementares

SINOPSE

Pontos Centrais:

Um ponto central é dar mais exemplos de funções analíticas, estendendo os conceitos e o alcance das ideias.

Outro ponto central é introduzir o conceito de continuação analítica.

Tópicos Essenciais:

Definição da função logaritmo.

Exploração da superfície de Riemann da função logaritmo.

Analiticidade da função logaritmo, em coordenadas polares.

Definição de potências complexas de números complexos.

Discussão das funções trigonométricas e hiperbólicas inversas.

Definição da função $\Gamma(x)$; domínio de validade da definição.

Extensão para a função $\Gamma(z)$, em parte do plano complexo.

Dedução da propriedade fundamental $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$.

Relação com os fatoriais e duplos fatoriais.

Extensão da definição para todo o plano complexo, polos.

Comportamento assintótico da função $\Gamma(x)$.

Demonstrações:

Demonstração de analiticidade de $\ln(z)$.

Demonstração de analiticidade de $\Gamma(z)$.