V1-03: Funções Elementares, mas Nem Tanto

SINOPSE

Pontos Centrais:

Um ponto central é dar exemplos de funções analíticas e relacionar estas funções com funções reais conhecidas.

Outro ponto central é introduzir os conceitos de superfície e folhas de Riemann.

Tópicos Essenciais:

Exemplos de funções analíticas.

Critérios gerais de caracterização destas funções.

Analiticidade e a dependência apenas em $x + \imath y$.

Construção de funções racionais; a função $1/z$.

Análise de singularidades, limites em várias direções diferentes.

Funções em coordenadas polares, a função $\sqrt{z}$.

Condições de Cauchy-Riemann em coordenadas polares.

Funções de múltiplos valores, superfícies de Riemann.

Funções exponenciais, trigonométricas e hiperbólicas.

Definição algorítmica explícita, em termos de funções reais.

Funções simplesmente e duplamente periódicas.

Demonstrações:

Analiticidade da função $1/z$ fora do ponto $z = 0$.

Analiticidade da função $\sqrt{z}$ em sua superfície de Riemann.

Exemplos:

Singularidade da função $1/z$ no ponto $z = 0$.

Superfície e folhas de Riemann da função $\sqrt{z}$.